

## Πρώτο Quiz Απειροστικός Λογισμός 3

Διάρκεια 30 Λεπτά

**Στοιχειοθεσία:** Δήμογλου Κωνσταντίνος, Μαθηματικός (Msc)

### Θέμα 1

Να απαντήσετε αν οι ακόλουθοι ισχυρισμοί είναι αληθείς ή ψευδείς με πλήρη αιτιολόγηση.

(i) Η συνάρτηση  $d: \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$d((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \left( \sqrt{|x_1 - y_1|} + \sqrt{|x_2 - y_2|} \right)^2$$

είναι μια μετρική στο  $\mathbb{R}^2$ .

(ii) Η συνάρτηση  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  με

$$f(x_1, \dots, x_n) = \min\{|x_i| : i = 1, \dots, n\}$$

είναι στάθμη στο  $\mathbb{R}^n$ .

(iii) Έστω  $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$ . Αν  $S_1(\vec{x}, 1)$  είναι η (ανοικτή) σφαιρική περιοχή ως προς την μετρική  $d_1 = \sum_{i=1}^4 |\cdot|$  και  $S(\vec{x}, 1)$  είναι η (ανοικτή) σφαιρική περιοχή ως προς την μετρική  $d_2 = \sum_{i=1}^4 |\cdot|^2$ , τότε  
$$S(\vec{x}, 1) \subseteq S_1(\vec{x}, 2).$$

(iv) Άπειρη τομή ανοικτών υποσυνόλων του  $\mathbb{R}^2$  είναι επίσης, ανοικτό υποσύνολο του  $\mathbb{R}^2$ .

(v) Για το σύνολο  $A = \{(x, x) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 1\}$  ισχύει  $\text{int}(A) = A$ .

### Θέμα 2

Με τη χρήση του ορισμού και μόνο, να δείξετε ότι το σύνολο

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 < x < 2, y > 1\}$$

είναι ανοικτό.

ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ!!